УДК 536.2.532/533; 532.516

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЁННОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА И ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

А.В. Крайнов

Томский политехнический университет
E-mail: Lux_veritatis@mail.ru

Проведено численное моделирование движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в открытой полости прямоугольного типа в условиях вынужденной конвекции и сопряжённого теплообмена. Получена гидродинамическая картина течения вязкой жидкости в открытой полости в сопряжённой и несопряжённой постановках. Получены температурные профили для двух фаз – твёрдой и жидкой. Изучено влияние параметров модели на характер движения. Показано влияние параметров модели на характер распределения температуры в обеих фазах.

Устойчивый интерес к исследованиям конвективных течений в полостях различных форм и типов наблюдается на протяжении последних сорока лет. Интерес этот объясняется широким прикладным значением проблемы: полости в качестве теплопередающих, теплоизолирующих и технологических элементов встречаются в энергетических и технологических установках различного предназначения, радиоэлектронных устройствах и теплообменной аппаратуре [1, 2].

Исследование лобового взаимодействия струи вязкой несжимаемой неизотермической жидкости (ВННЖ) с ограниченным объёмом различной формы имеет важное научно-практическое значение в связи с тем, что подобные течения широко распространены в технологических процессах различного уровня сложности таких отраслей промышленности как энергетическая, нефтехимическая, атомная, металлургическая, аэрокосмическая и многих других [2–5].

Моделирование теплообмена при движении вязкой жидкости в полости прямоугольного типа сопряжено с решением достаточно сложных задач вынужденной конвекции несжимаемой жидкости. Поскольку создание надёжных аналитических методов расчёта параметров течения ВННЖ в ограниченных объёмах различного типа исключено из-за сложности таких течений, то возникает необходимость численного моделирования.

В данной работе рассматривается нестационарное взаимодействие ламинарной струи ВННЖ с открытой полостью прямоугольного типа (рис. 1). Цель данной работы – исследовать гидродинамику и сопряжённый теплообмен при движении ВННЖ в открытой полости прямоугольного типа в условиях вынужденной конвекции.

Изучение описанного процесса проводилось с использованием математической модели на основе системы уравнений Навье-Стокса в переменных вихрь – функция тока при умеренных числах Рейнольдса $100 \le \mathrm{Re} \le 800$, уравнения энергии, а также уравнения теплопроводности для материала прямоугольной полости с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega}{\partial x}+v\frac{\partial\omega}{\partial y}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right);$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=\omega;$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right); \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^2\theta_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta_1}{\partial y^2}=\frac{\partial\theta_1}{\partial \mathrm{Fo}}.$$

Численное решение гидродинамической задачи осуществлялось в области – 3, ограниченной участком затекания – 1, линией симметрии – 4, боковой стенкой – 6 и дном полости – 5, а также участком выхода – 2 из прямоугольной полости (рис. 1).

На дне полости $(y=S, D<x<L)$ выставляется условие непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии:

$$\psi=0;\ \omega=2\cdot\psi(x,y+\Delta y)/(\Delta y)^2;\ \theta_1=\theta,$$
$$\lambda_1\frac{\partial\theta_1}{\partial y}=\lambda\frac{\partial\theta}{\partial y}. \qquad (2)$$

Условия, аналогичные описанным выше – условие непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии, выставляются на боковой стенке полости ($x = D,\ S < y < H$): (3)

$$\psi = 0;\ \ \omega = 2 \cdot \psi(x + \Delta x, y)/(\Delta x)^2;$$

$$\theta_1 = \theta,\ \ \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Условия неразрывности тепловых потоков и непротекания заданы на оси симметрии струи ($x = L,\ S < y < H$):

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0;\ \ \omega = 0;\ \ \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \qquad (4)$$

На участке выхода из полости прямоугольного типа для составляющих скорости использовалось условие “сноса”:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0;\ \ \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \qquad (5)$$

для температуры “мягкое” граничное условие – вторая производная температуры по координате y равна 0 [6–8]. Условия теплоизоляции задаются на внешних границах полости

$$y = H,\ 0 < x < D:\ \ \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0; \qquad (6)$$

$$y = 0,\ \ 0 < x < L:\ \ \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0;$$

$$x = 0,\ \ 0 < y < H:\ \ \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0;$$

$$x = L,\ 0 < y < S:\ \ \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0. \qquad (7)$$

При затекании жидкости в полость, как уже упоминалось, выделяются два участка – участок входа в полость – 1 и участок выхода из полости – 2 (рис. 1). При исследовании данного процесса необходимо выполнение интегрального соотношения, определяющего расход жидкости: (8)

$$\int_{x_2}^{x_0} v_+(x,y)dx = \int_{x_0}^{x_1} v_-(x,y)dx$$

где x_1 – фиксированная крайняя точка входного участка, лежащая на оси симметрии; x_0 – координата точки раздела между участками с различным направлением движения жидкости в полости ($x_2 < x_0 < x_1$); x_2 – координата фиксированной крайней точки участка, лежащей на боковой стенке полости; $v_-(x,y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от входного участка до дна полости; $v_+(x,y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от дна полости до участка выхода.

Начальные условия заданы в виде:

$$\psi(x,y,0) = \psi^0(x,y);$$

$$\theta(x,y,0) = \theta^0(x,y).$$

Методом конечных разностей решены система уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока – вихрь, уравнение энергии и уравнение теплопроводности для (1–12). Разностные аналоги уравнений переноса и теплопроводности решены методом прогонки [7–9]. Уравнение Пуассона на каждом временном слое решалось методом последовательной верхней релаксации. Использовалась разностная схема второго порядка точности. Расчёты выполнялись на равномерной разностной сетке. (12)

При постановке задачи для системы уравнений Навье-Стокса в переменных вихрь – функция тока главной особенностью являются граничные условия, которые в случае твёрдой неподвижной поверхности имеют следующий вид [7, 8]:

$$\psi = 0,\ \ \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

Здесь n – нормаль к твёрдой поверхности.

При численном решении разностного уравнения для вихря возникает проблема определения граничных условий для него, поскольку представленные граничные условия (13), относящиеся к системе уравнений Навье-Стокса, заданы только для функции тока и не заданы для вихря. В данной работе использовался способ, заключающийся в том, что функция тока вблизи границы представляется в виде ряда Тейлора. Выражение для вихря на границе получаем после проведения необходимых (13)

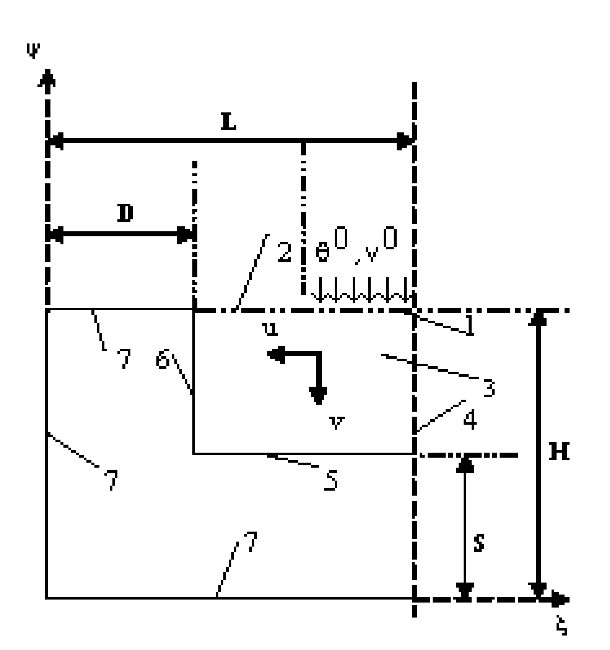


Рис. 1. Общая схема течения в прямоугольной полости и геометрия расчётной области: 1) участок входа в полость; 2) участок выхода из полости; 3) гидродинамическая область; 4) ось симметрии; 5) дно полости; 6) боковая стенка полости; 7) внешняя стенка полости

операций с разложением функции тока [6].

Для проверки аппроксимации и сходимости численного решения в качестве тестовой была взята задача о плоском течении в прямоугольной каверне с верхней стенкой, движущейся в своей плоскости с постоянной скоростью [6–9]. Сравнение результатов по профилям продольной $u(y)$ и поперечной $v(y)$ составляющих скорости с данными других авторов [6–8], показало хорошее, в пределах ±7 %, согласование, а также по значениям функции тока при различных числах Рейнольдса $300 \le Re \le 1000$ и различном количестве узлов разностной сетки $20 \le k \le 60$, $17 \le j \le 60$, где k, j – количество узлов сетки по координатам x, y соответственно.

В качестве второй тестовой была решена задача о сдвиговом течении с циркуляцией при малых числах Рейнольдса $10 \le Re \le 50$ [10]. Решалось бигармоническое уравнение для функции тока, так как известные подстановки исключают функцию вихря и непосредственно определяются поля неизвестной функции тока [10–12]. Сравнение результатов по профилям функции тока в различных сечениях с данными, полученными в монографии [10], показало хорошее, в пределах ±5 %, согласование.

В ходе проведения научно-исследовательской работы рассматривались жидкости разных типов (вода, расплавленный свинец, жидкая сталь) с широким диапазоном изменения динамического параметра Re и параметров модели. В данной статье представлены результаты, полученные при исследовании гидродинамики и сопряжённого теплообмена при движении жидкой стали в полости, которые имеют большое научно-практическое значение как из-за возможности возникновения аварийных ситуаций, так и в связи с внедрением новых современных технологий и усовершенствованием уже существующих в таких отраслях промышленности как металлургическая, энергетическая и многих других. Температура натекающей жидкости (жидкой стали) составляет 1500 °C. На рис. 2–8 приведены типичные результаты численных исследований для жидкой стали.

Как следует из анализа установившегося поля течения, которое изучалось для различных вариантов геометрических характеристик полости (в частности, для L/H=1/2, 2/3, 1) при достаточно широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса $100 \le Re \le 500$, жидкость доходит до дна выемки, разворачивается и вытекает на всём участке 2 (рис. 1). Исходя из этого при исследовании процесса движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в полости можно выделить два этапа. К первому этапу можно отнести прохождение жидкости от входного участка до дна полости с учётом взаимодействия с ним. Течение при взаимодействии струи с дном выемки сопровождается торможением жидкости и возникновением области с повышенным давлением, что приводит к растеканию жидкости вдоль дна полости. Второй этап движения жидкости проходит от дна полости до выходного участка, образуя область возвратного течения. На данном этапе продолжается торможение жидкости, в результате чего возникает также область с повышенным давлением. Области прямого и возвратного течения, соответствующие описанным этапам движения жидкости в полости, хорошо видны на рис. 4.

Распределение функции тока $\psi(x, y)$ для момента времени, соответствующего установившемуся полю течения (данный момент времени будет использоваться в дальнейшем и для простоты он будет обозначаться в тексте как фиксированный момент времени), при числе Re=200 и геометрическом отношении сторон полости L/H=1/2 представлено на рис. 2. Максимум функции тока соответствует зоне 0,86<y<0,95, в которой наблюдается наиболее интенсивное формирование вихревых структур. Необходимо заметить, что проведённый анализ позволил выявить достаточно значительное влияние геометрических характеристик на формирование поля функции тока. Изменение входного параметра α в сторону его уменьшения позволяет сделать вывод о незначительном изменении характера распределения изолиний функции тока.

На рис. 3 показано распределение продольной составляющей скорости u(x,y) в фиксированный момент времени при числе Re=200. Максимум скорости соответствует зоне 0,40<x<0,44 около дна полости. При увеличении числа Рейнольдса характер поведения продольной составляющей скорости в различных сечениях полости качественно сохраняется.

На рис. 4 показано распределение поперечной составляющей скорости v(x,y) в фиксированный момент времени при числе Re=200. Анализируя распределения поперечной составляющей скорости, нужно отметить, что с увеличением числа Рейнольдса профиль v(x,y) в начальных сечениях полости становится более заполненным и близким к постоянному значению, в то время как при числах Рейнольдса Re=100, 200 профили поперечной составляющей имеют почти параболическое распределение в тех же сечениях. Анализ распределения поперечной составляющей скорости показывает, что в поле течения формируются два максимума, соответствующих прямому и возвратному течению. На рис. 3, 4 можно заметить, что на первом этапе по мере продвижения струи несжимаемой жидкости к основанию выемки поперечная составляющая скорости падает при возрастании продольной составляющей, что отчётливо наблюдается в области 0,41<y<0,55. На втором этапе по мере продвижения струи к выходному участку продольная составляющая скорости падает – это хорошо видно на участке 0,32<x<0,41, 0,41<y<0,55, а поперечная составляющая скорости начинает расти – наиболее явно это проявляется в области 0,59<y<0,75, 0,30<x<0,40. В соответствии с представленным рис. 4 максимальное значение скорости вытекания $v_{max}=0,24$.

Рассматривалось влияние на характеристики течения длины входного участка α. На рис. 5 приведено распределение поперечной составляющей скорости для $\alpha=0,28\alpha_*$ (сплошные линии) и для $\alpha=0,16\alpha_*$ (пунктирные), α_* – обозначение длины проницаемого участка полости y=H, D<x<L. С увеличением длины входного участка максимальное значение поперечной составляющей скорости достаточно незначительно уменьшается на проницаемых участках полости (учас-

тки входа и выхода). Характер поведения поперечной составляющей скорости в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением длины входного участка.

На рис. 6 приведено распределение продольной составляющей скорости для длины участка затекания $\alpha=0,28\alpha_*$. С уменьшением длины входного участка максимальное значение продольной скорости снижается, и меняется характер распределения функции u от x.

Исследование движения вязкой несжимаемой жидкости в полости прямоугольного типа проводилось в условиях сопряжённого теплообмена. Были получены температурные зависимости в твёрдой и жидкой фазах при различных динамических параметрах и варьировании параметра α.

На рис. 7 представлены изолинии температуры в фиксированный момент времени при Re=200, Pr=0,979. Следует отметить, что при возрастании входного параметра α и понижении геометрических параметров картина поведения температурных полей по высоте полости несколько меняется.

Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y: 0,36, 0,52, 0,624 в фиксированный момент времени при Re=300, Pr=0,979, $\alpha=0,28\alpha_*$ приведены на рис. 8. Как видно из рисунка, температурный профиль до границы раздела фаз x=0,25 убывает достаточно быстро, в то время как в твёрдой фазе температура изменяется гораздо медленнее.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что характер поведения температурных профилей в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением динамического параметра Re, в то время как входной параметр оказывает достаточно значительное влияние на характер распределения температурных полей и гидродинамическую картину течения.

В процессе исследования была также решена несопряжённая задача. На стенках полости выставлялись условия теплоизоляции (отсутствие теплоотдачи в стенки полости).

Сравнение температурных профилей на стенках полости, полученных в сопряжённой и несопряжённой задачах, показало отличие в пределах ±23 % по значениям температуры, что говорит о целесообразности сопряжённой постановки.

Результаты численного анализа позволяют сделать вывод о возможности дальнейшего расширения области применения математического аппарата [7, 8] для решения задач о конвективных течениях в полостях открытого типа в условиях струйного затекания и сопряжённого теплообмена. Данная работа является логическим продолжением трудов [8, 9], в которых была впервые показана возможность применения математического аппарата [7] для решения задач в сопряжённой постановке для областей с более сложной геометрией,

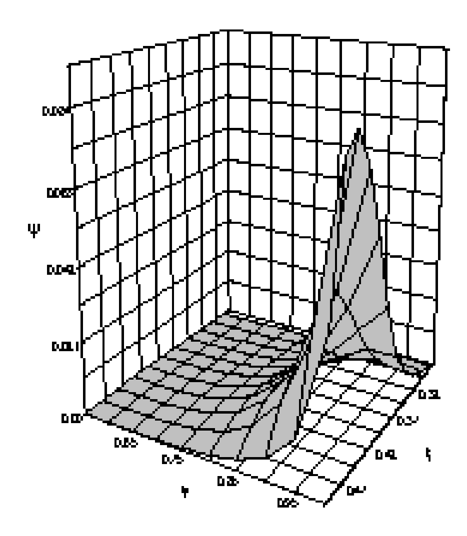


Рис. 2. Распределение функции тока на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе Re=200 и геометрическом отношении сторон полости L/H=1/2

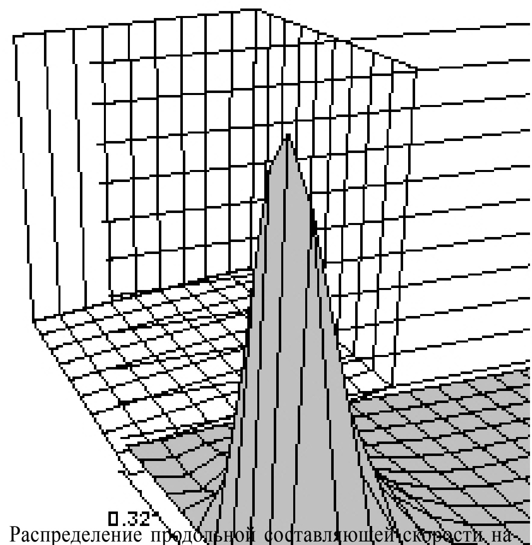


Рис. 3. Распределение продольной составляющей скорости на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе Re=200

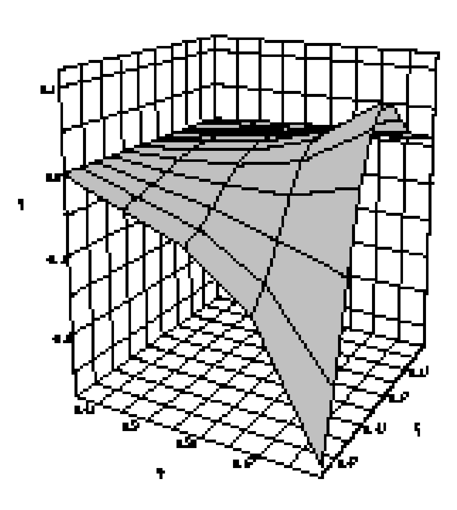


Рис. 4. Распределение поперечной составляющей скорости на плоскости x, y в фиксированный момент времени при числе Re=200

чем канал или обтекаемое тело [13]. В дальнейшем получить устойчивые решения задач для областей со значительно более сложной геометрией, чем рассмотренные в [7–9] и в данной работе, позволит оптимизация сеточных параметров в связи с расширением возможностей современных ПЭВМ.

В ходе изучения рассматриваемого процесса специально исследовался вопрос об устойчивости численного решения рассматриваемой задачи при увеличении числа Re. Согласно проведённому анализу было установлено, что устойчивые решения рассматриваемой задачи реализуются в достаточно широком диапазоне изменения чисел Re $(100 \le Re \le 1000)$.

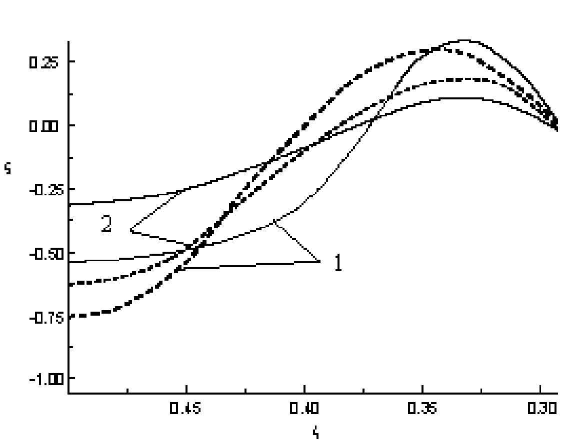


Рис. 5. ...ие поперечной составля... ...ти $\alpha=0,28\alpha_*$ (сплошные линии) и для $\alpha=0,16\alpha_*$ (пунктирные) в сечениях: 1) y=0,675; 2) y=0,567

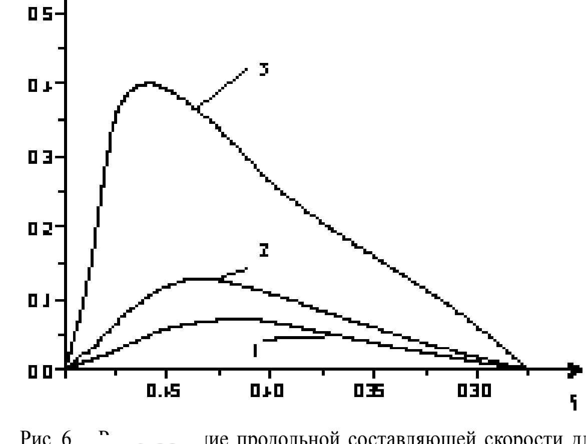


Рис. 6. ...ие продольной составляющей скорости для $\alpha=0,28\alpha_*$ в сечениях: 1) y=0,324; 2) y=0,216; 3) y=0,135

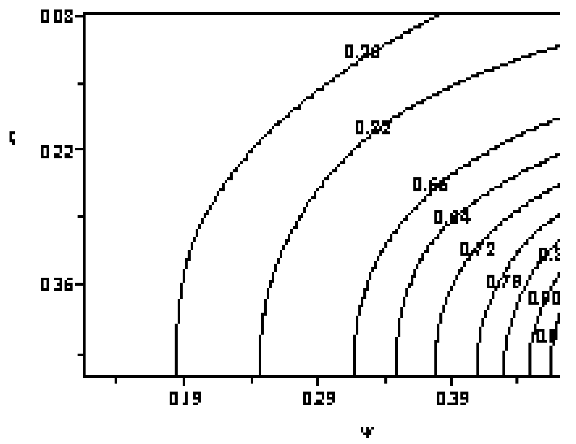


Рис. 7. Изолинии температуры в фиксированный момент времени при Re=200, Pr=0,979

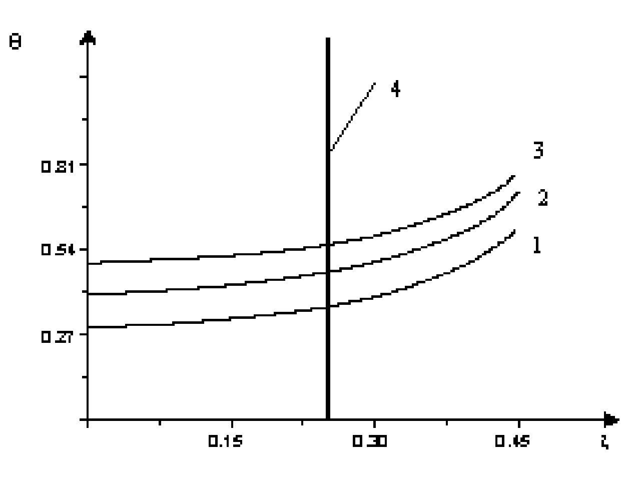


Рис. 8. Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y по координате x в фикси... мент времени при числах Re=300, Pr=0,979, $\alpha=0,28\alpha_*$: 1) y=0,36; 2) y=0,52; 3) y=0,624; 4) граница раздела жидкой и твёрдой фаз

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Махнова Г.В., Рис В.В., Смирнов Е.М. Двумерная ламинарная свободная конвекция в полости, имеющей форму квадрата со скругленными углами // Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях: Труды Второй Росс. нац. конф. по теплообмену. – М.: МЭИ, 1998. – Т. 3. – С. 100–103.
2. Флемингс М. Процессы затвердевания. – М.: Мир, 1977. – 423 с.
3. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Анищенко Л.М. Высокотемпературные технологические процессы. Теплофизические основы. – М.: Наука, 1985. – 172 с.
4. Нигматулин Б.И., Артёмов В.И., Яньков Г.Г., Еркимбаев А.О. Моделирование процессов течения и тепломассообмена в активной зоне реактора ВВЭР на начальных стадиях тяжёлой аварии // Дисперсные потоки и пористые среды: Труды Первой Росс. нац. конф. по теплообмену. – М.: Изд-во МЭИ, 1994. – Т. 7. – С. 138–145.
5. Крайнов А.В. Теплообмен и гидродинамика при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в прямоугольной каверне // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Труды 12-й Школы-семинара молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева. – 25-28 мая 1999. – Москва, 1999. – С. 294–297.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
7. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
8. Полежаев В.И., Бунэ А.В., Дубовик К.Г. и др. Математическое моделирование конвективного тепломассообмена на основе уравнений Навье-Стокса. – М.: Наука, 1987. – 271 с.
9. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1990. – 225 с.
10. Ши Д. Численные методы для решения задач теплообмена. – М.: Наука, 1988. – 544 с.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир, 1991. – Т. 2. – 552 с.
13. Гришин А.М., Зинченко В.И. Сопряжённый тепломассообмен между реакционноспособным телом и газом при наличии неравновесных химических реакций // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1974. – № 2. – С. 121–128.